EXAMEN RESERVA

OPCIÓN A

1. (a) *(1,5 puntos)* Determine los valores del parámetro m para los que el sistema de ecuaciones siguiente sea compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible:

$$\begin{array}{rcrcrl} x & + & y & + & (m-1)\,z & = m \\ -\,x & + & (m-1)\,y & + & z & = 0 \\ x & + & y & & & = 1 \end{array}$$

   (b) *(1,5 puntos)* Determine la matriz inversa de la matriz A siguiente:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

2. *a)* *(0.5 puntos)* Determine el volumen del paralelepípedo que definen los tres vectores siguientes: $\vec{u} = (3,-4,-1)$, $\vec{v} = (2,1,2)$ y $\vec{w} = (1,2,0)$.

   b) *(1 punto)* Dados los puntos $A:(a,2,0)$, $B:(2,1,2)$, $C:(1,2,1)$ y $D:(1,1,0)$, determine el valor de la constante a para que los puntos A, B, C y D estén en un mismo plano y calcule la ecuación general $(Ax+By+Cz+D=0)$ de dicho plano.

3. (a) *(1 punto)* Determine el límite:

$$lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right)$$

   (b) *(1,5 punto)* Usando el cambio de variable $t=\sqrt{x}$, determine la integral:

$$\int \frac{1+x}{x+\sqrt{x}}dx$$

   (c) *(1,5 puntos)* El precio de un bloque de cierto material es igual al cuadrado de su peso en Kilogramos. Se dispone de un bloque de 20 Kilogramos.

   Se desea romper ese bloque en tres partes, al menos dos de las cuales deben ser iguales.

   ¿Cómo debe partirse el bloque para que el valor de la suma de sus valores (el cuadrado de sus pesos) sea lo más pequeño posible?.

4. En una urna se tienen 8 bolas de las cuales 3 son rojas y 5 negras.

   (a) *(0,75 puntos)* Si se extraen 6 bolas con reemplazamiento, es decir, después de extraer una bola y anotar su color, se devuelve la bola a la urna, calcule la probabilidad de que exactamente dos bolas sean rojas. (NO es preciso finalizar los cálculos, puede dejarse indicada la probabilidad, precisando los números que la definen y sin hacer los cálculos).

   (b) *(0,75 puntos)* Ahora de la urna con las 8 bolas, se extraen 2 bolas sin reemplazamiento. Calcule la probabilidad de que una sea roja y otra negra.

OPCIÓN B

1. (a) *(2 puntos)* Determine el rango de la matriz A siguiente según los diferentes valores del parámetro k:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & k & k \\ k+1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

   (b) *(1 punto)* Dada la matriz:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

   Determine $\left(B^3\right)^{-1}$.

2. *(1,5 puntos)* Determine la ecuación general del plano $(Ax + By + Cz + D = 0)$ que contiene a la recta:

$$r : \begin{cases} x \quad + \quad z = 2 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$$

   y es paralelo a la recta:

$$s : \quad \frac{x-5}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-6}{4}$$

3. (a) *(1,5 puntos)* Encuentre, si existen, los valores de las constantes a y k para que la recta $y = x + 2$ sea asíntota oblicua de la función:

$$g(x) = \frac{a\,x^3}{(x+k)^2}$$

   (b) *(1,5 puntos)* Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función:

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$$

   (c) *(1 punto)* Determine la función polinómica $f(x)$ que pasa por el punto $(1, 1)$ y que verifica que:

      (a) $f''(x) = 6$, donde f'' indica la derivada segunda.

      (b) Su tangente en el punto $(1, 1)$ tiene de pendiente -1.

4. El 25 % de los vuelos comerciales de una compañía aérea son de corta distancia y el resto se denominan de larga distancia. De los vuelos de corta distancia el 15 % sufren retrasos, mientras que de los de larga distancia sufren retrasos el 30 % de los vuelos.

   (a) *(0,5 puntos)* Calcule la probabilidad de que un vuelo sufra retraso y sea de corta distancia.

   (b) *(1 punto)* Se sabe que un vuelo ha sufrido retraso, calcule la probabilidad de que sea de larga distancia.