EJEMPLOS DE CUESTIONES DE PROBABILIDAD. RESUELTOS

1. Se tienen paquetes de harina de diferentes pesos. Se sabe, por ejemplo que, el 56 % de los paquetes pesa más de 110 gramos y el 39 % pesa más de 120 gramos. Si elegimos un paquete de entre los que pesan más de 110 gramos, ¿cuál es la probabilidad de que pese más de 120 gramos?

1^r^ MÉTODO

A = "que pese más de 110 g" $\longrightarrow p(A) = \frac{56}{100} = 0{,}56$

B = "que pese más de 120 g" $\longrightarrow p(B) = \frac{39}{100} = 0{,}39$

Se pide la siguiente probabilidad condicionada:

$$\boxed{p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} \underset{\uparrow}{=} \frac{p(B)}{p(A)} = \frac{0'39}{0'56} = 0{,}6964\ldots}$$

Como B está incluído en A $\rightarrow p(A \cap B) = p(B)$

2º MÉTODO : mediante la Regla de Laplace.

$$\boxed{p(B/A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} \underset{\uparrow}{=} \frac{39}{56} = 0{,}6964\ldots}$$

casos posibles $\rightarrow$ los que pesan más de 110g $\rightarrow$ 56 %.

casos favorables $\rightarrow$ de entre los posibles, los que pesan más de 120 g $\rightarrow$ 39 %.

2. En una habitación cerrada y sin ventanas hay encendidas tres bombillas bastante antiguas. La probabilidad de que se fundan en un máximo de una hora es : para la primera del 2 %, para la segunda del 3 % y para la tercera del 4 %. Si permanecemos en la habitación una hora, ¿cuál es la probabilidad de que no nos quedemos a oscuras?

F_1 = "que se funda la 1ª bombilla". $\rightarrow p(F_1) = 0{,}02$

F_2 = "que se funda la 2ª bombilla". $\rightarrow p(F_2) = 0{,}03$

F_3 = "que se funda la 3ª bombilla". $\rightarrow p(F_3) = 0{,}04$

Se pide la probabilidad de que quede alguna bombilla encendida. Que es lo contrario de que se fundan las tres bombillas:

$$p(F_1 \cap F_2 \cap F_3) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{sucesos independientes}}}{=} p(F_1) \cdot p(F_2) \cdot p(F_3) = 0{,}02 \cdot 0{,}03 \cdot 0{,}04 =$$

$$= 0{,}000024$$

Así pues, la probabilidad pedida es:

$$p(\overline{F_1 \cap F_2 \cap F_3}) = 1 - p(F_1 \cap F_2 \cap F_3) = 1 - 0{,}000024 = \boxed{0{,}999976}$$

3. Disponemos de dos urnas con la siguiente configuración: la urna A contiene 2 bolas rojas y 4 bolas negras y la urna B contiene 3 bolas rojas y 1 bola negra. Lanzamos un dado:

   - si sale un múltiplo de 3 cogemos una bola de la urna A y la depositamos en la urna B

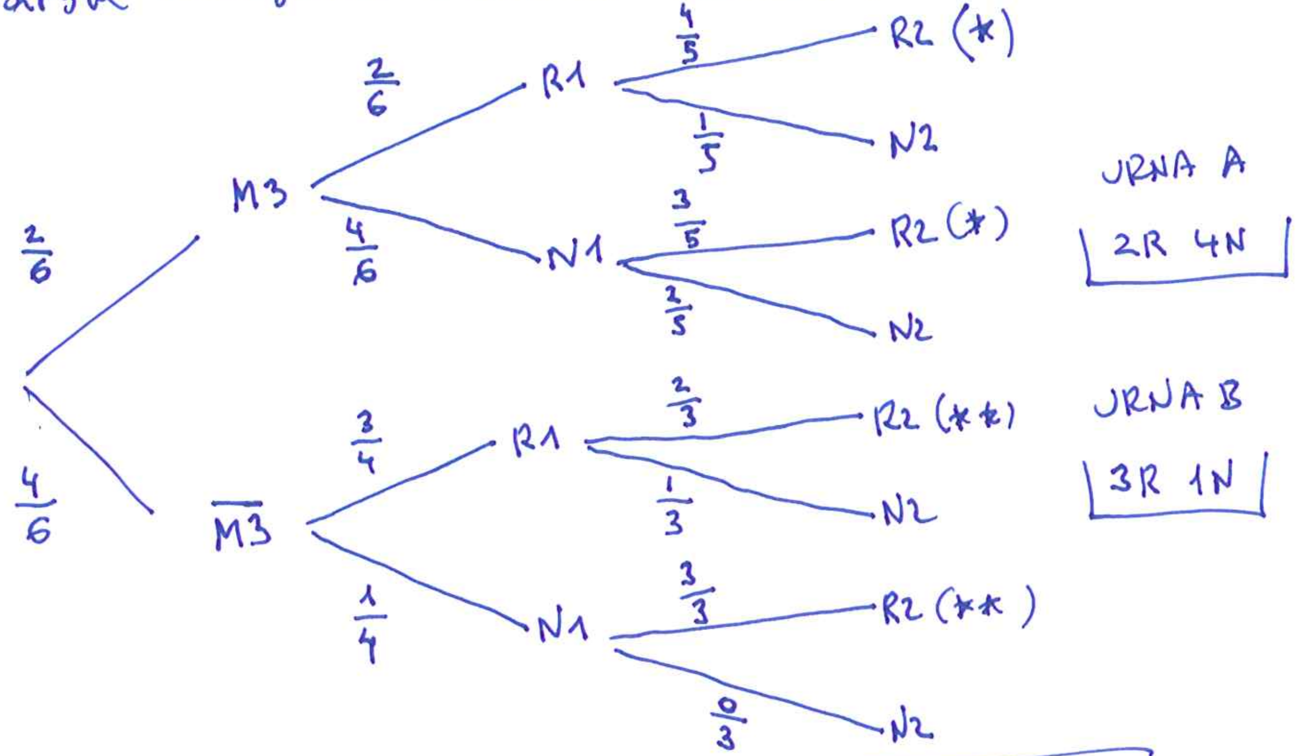
   - si no sale múltiplo de 3 cogemos una bola de la urna B y la depositamos en la urna A

   Después, cogemos una bola de la urna B y vemos que es roja. ¿Cuál es la probabilidad de que cuando hemos lanzado el dado nos hubiera salido múltiplo de 3?

Se trata de un experimento aleatorio compuesto de 3 partes:

- se lanza un dado: sale múltiplo de 3 (M_3) o no ($\overline{M}_3$).
- se coge una bola de la urna indicada (A o B, depende): sale roja (R_1) o negra (N_1)
- se coge una bola de la urna B: sale roja (R_2) o negra (N_2).

Lo que se pide es $p(M3/R2)$. Se trataría de usar el Teorema de Bayes, pero usando las fórmulas básicas y un diagrama de árbol conseguimos lo mismo. Veamos:



$$p(M_3/R_2) = \frac{p(M3 \cap R_2)}{p(R_2)} = \frac{10/45}{13/18} = \boxed{\frac{4}{13} \simeq 0{,}3076\ldots}$$

caminos (*)

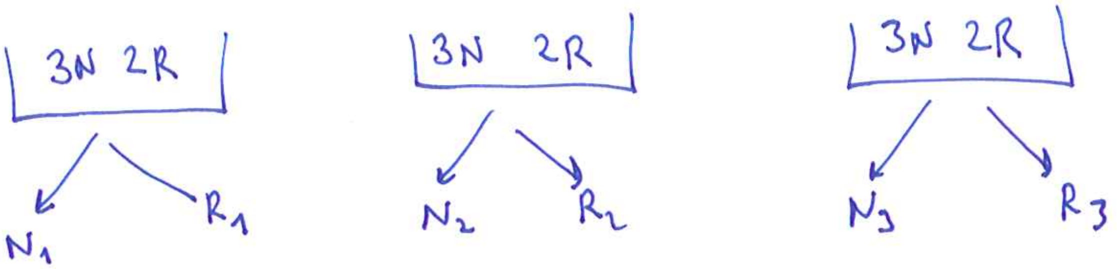
$$p(M_3 \cap R_2) = \frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{5} + \frac{2}{6}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{5} = \frac{10}{45}$$

$$p(R_2) = \frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{5} + \frac{2}{6}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{5} + \frac{4}{6}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3} + \frac{4}{6}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{3} = \frac{13}{18}$$

caminos (*) y (**)

4. Tenemos tres urnas iguales cada una de las cuales tiene tres bolas negras y dos rojas. Se saca ala azar una bola de cada urna y se apuntan el número total de bolas rojas. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de bolas rojas sea mayor o igual que 1?.

Se saca una bola de cada urna:



Se pide la probabilidad de que el nº de bolas rojas sea mayor o igual que 1, es decir, que saquemos alguna bola roja. Que es lo contrario de sacar ninguna bola roja, o sea, todas negras. Como son sucesos independientes:

$$p(N_1 \cap N_2 \cap N_3) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{27}{125}$$

Luego la probabilidad pedida es:

$$1 - \frac{27}{125} = \boxed{\frac{98}{125} = 0{,}784}$$